UNIDAD 2: Corriente y Circuitos

Corriente Eléctrica

Ahora considere un sistema de cargas eléctricas en movimiento. En cualquier parte donde existe un flujo de carga neto a través de alguna región, se dice que existe una **corriente**. Para definir la corriente de manera más precisa suponga que las cargas se mueven perpendiculares a una superficie de área A, como se muestra en la figura 27.1. (Ésta podría ser el área de la sección transversal de un alambre, por ejemplo.) **La corriente es la rapidez a la cual fluye la carga por esta superficie.** Si ΔQ es la cantidad de carga que pasa por esta área en un intervalo de tiempo Δt, la **corriente promedio** I_{prom} es igual a la carga que pasa por A por unidad de tiempo:

$$I_{prom} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad \textbf{(27.1)}$$

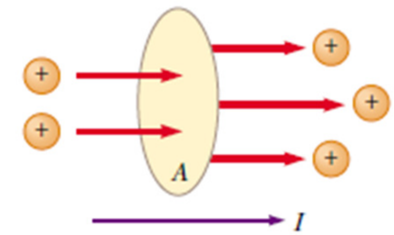


Figura 27.1 Cargas en movimiento a través de un área A. La rapidez en el tiempo a la cual la carga fluye a través del área se define como la corriente I. La dirección de la corriente es aquella en la cual las cargas positivas fluyen cuando están libres de hacerlo.

Si la rapidez a la cual fluye la carga varía en el tiempo, entonces la corriente varía en el tiempo, y la **corriente instantánea** I se define como el límite diferencial de la corriente promedio:

$$I \equiv \frac{dQ}{dt} \qquad \textbf{(27.2)}$$

Corriente eléctrica

La unidad de corriente del SI es el **ampere** (A):

$$1\ \text{A} = \frac{1\ \text{C}}{1\ \text{s}} \qquad \textbf{(27.3)}$$

Esto es, 1 A de corriente es equivalente a 1 C de carga que pasa por el área de la superficie en 1 s.

Las cargas que pasan por la superficie en la figura 27.1 pueden ser positivas, negativas o ambas. **Es convencional asignar a la corriente la misma dirección que la del flujo de carga positiva**. En los conductores eléctricos, como el cobre o el aluminio, la corriente se debe al movimiento de electrones con carga negativa.

Dirección de la corriente

Modelo microscópico de la corriente

Se puede relacionar la corriente con el movimiento de los portadores de carga para describir un modelo microscópico de conducción en un metal. Considere la corriente en un conductor de área de sección transversal A (Fig. 27.2) El volumen de una sección del conductor de longitud Δx (la región gris en la figura 27.2) es $A\,\Delta x$. Si n representa el número de portadores de carga móvil por unidad de volumen (en otras palabras, la densidad de portador de carga), entonces el número de portadores en la sección gris es $nA\,\Delta x$. Por tanto, la carga ΔQ en esta sección es

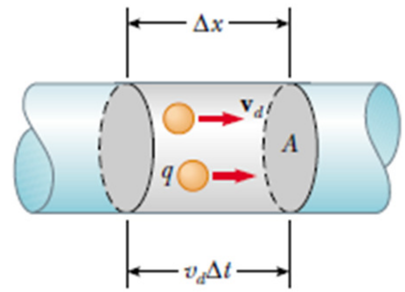


Figura 27.2 Una sección de un conductor uniforme de área transversal A. Los portadores de carga móvil se mueven a una rapidez v_d y la distancia que recorren en un tiempo Δt es $\Delta x = v_d \Delta t$. El número de portadores en la sección de longitud Δx es $nAv_d\Delta t$, donde n es el número de portadores por unidad de volumen.

$$\Delta Q = \text{número de portadores en la sección} \times \text{carga por portador} = (nA\,\Delta x)q$$

donde q es la carga en cada portador. Si los portadores se mueven una rapidez v_d, la distancia que se mueven en un tiempo Δt es $\Delta x = v_d\,\Delta t$. En consecuencia, se puede escribir ΔQ en la forma

$$\Delta Q = (nAv_d\,\Delta t)q$$

Si se dividen ambos lados de esta ecuación por Δt, verá que la corriente promedio en el conductor es

Corriente promedio en un conductor

$$I_{\text{prom}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_dA \qquad \textbf{(27.4)}$$

La rapidez de los portadores de carga v_d es una rapidez promedio conocida como la rapidez de arrastre deriva.

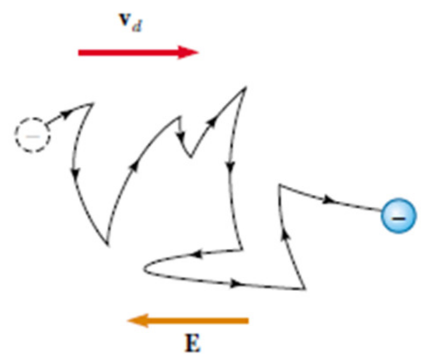


Figura 27.3 Representación esquemática del movimiento en zigzag de un electrón en un conductor. Los cambios en dirección son el resultado de colisiones entre el electrón y los átomos en el conductor. Advierta que el movimiento neto del electrón es opuesto a la dirección del campo eléctrico. Cada sección de la trayectoria zigzagueante es un segmento parabólico.

Resistencia y Ley de Ohm

Las cargas que se mueven en un conductor producen una corriente bajo la acción de un campo eléctrico, el cual es mantenido por la conexión de una batería a través del conductor. Un campo eléctrico puede existir en el conductor porque las cargas en este caso están en movimiento —es decir, se trata de una situación *no electrostática*.

Considere un conductor de área de sección transversal A que conduce una corriente I. La **densidad de corriente** J en el conductor se define como la corriente por unidad de área. Puesto que la corriente $I = nqv_dA$, la densidad de corriente es

$$J \equiv \frac{I}{A} = nqv_d \qquad (27.5)$$

donde J tiene unidades SI de A/m^2. La expresión es válida sólo si la densidad de corriente es uniforme, y sólo si la superficie del área de la sección transversal A es perpendicular a la dirección de la corriente. En general, la densidad de corriente es una cantidad vectorial:

Current density

$$\mathbf{J} = nq\mathbf{v}_d \qquad (27.6)$$

A partir de esta ecuación se ve que la densidad de corriente, al igual que la corriente, está en la dirección del movimiento de carga de los portadores de carga positiva y es opuesta a la dirección de movimiento de los portadores de carga negativa.

Una densidad de corriente J y un campo eléctrico E se establecen en un conductor cuando se mantiene una diferencia de potencial a través del conductor. Si la diferencia de potencial es constante, la corriente también lo es. En algunos materiales la densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico:

Ohm's law

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} \qquad (27.7)$$

donde la constante de proporcionalidad σ recibe el nombre de **conductividad** del conductor.[1] Los materiales que obedecen la ecuación 27.7 se dice que cumplen la **ley de Ohm**, llamada así en honor de George Simon Ohm (1787-1854). Más específicamente, la ley de Ohm establece que

Resistencia y Ley de Ohm

para muchos materiales (incluidos la mayor parte de los metales), la proporción entre la densidad de corriente y el campo eléctrico es una constante σ que es independiente del campo eléctrico productor de la corriente.

Una forma de la ley de Ohm útil en aplicaciones prácticas puede obtenerse considerando un segmento de un alambre recto de área de sección transversal A y longitud L, como se muestra en la figura 27.5. Una diferencia de potencial $\Delta V = V_b - V_a$ se mantiene a través del alambre, creando en el mismo un campo eléctrico y una corriente. Si el campo se supone uniforme, la diferencia de potencial se relaciona con el campo eléctrico por medio de la relación[2]

$$\Delta V = E\ell$$

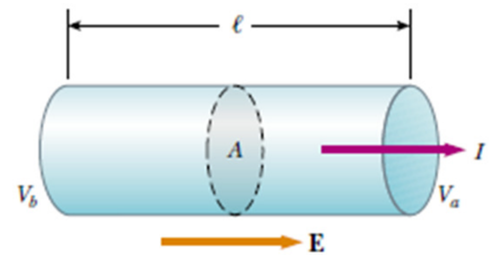


Figura 27.5 Un conductor uniforme de longitud ℓ y área de sección transversal A. Una diferencia de potencial $\Delta V = V_b - V_a$ mantenida a través del conductor establece un campo eléctrico $\mathbf{E}$ y este campo produce una corriente I que es proporcional a la diferencia de potencial.

Por tanto, la magnitud de la densidad de la corriente en el alambre se puede expresar como

$$J = \sigma E = \sigma \frac{\Delta V}{\ell}$$

Puesto que $J = I/A$, la diferencia de potencial puede escribirse como

$$\boxed{R \equiv \frac{\ell}{\sigma A} \equiv \frac{\Delta V}{I}} \qquad (27.8)$$

Resistance of a conductor

A partir de este resultado se ve que la resistencia tiene unidades SI de volts por ampere. Un volt por ampere se define como un **ohm** (Ω):

$$1\ \Omega \equiv \frac{1\ \text{V}}{1\ \text{A}} \qquad (27.9)$$

El inverso de la conductividad es la **resistividad**[3] ρ:

Resistivity

$$\rho \equiv \frac{1}{\sigma} \qquad (27.10)$$

[2] This result follows from the definition of potential difference:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = E\int_0^\ell dx = E\ell$$

Resistencia y Ley de Ohm

donde ρ tiene las unidades ohm-metro ($\Omega \cdot \text{m}$). Se puede usar esta definición y la ecuación 27.8 para expresar la resistencia de un bloque de material uniforme como

Resistance of a uniform conductor

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \tag{27.11}$$

Todo material óhmico tiene una resistividad característica que depende de las propiedades del material y la temperatura. Por otra parte, como usted puede ver en la ecuación 27.11, la resistencia de una sustancia depende de la geometría, así como de la resistividad. La tabla 27.1 presenta las resistividades de varios materiales a 20°C. Advierta la enorme gama de resistividades, desde valores muy bajos para buenos conductores, como el cobre y la plata, hasta valores muy altos para buenos aislantes, como el vidrio y el caucho. Un conductor ideal tendría resistividad cero, y un aislante ideal tendría resistividad infinita.

TABLA 27.2

Resistividades y coeficientes de temperatura de resistividad para diversos materiales

Material	Resistividad[a] ($\Omega \cdot$m)	Coeficiente de temperatura[b] $\alpha[(°\text{C})^{-1}]$
Plata	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Cobre	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Oro	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
Aluminio	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tungsteno	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Hierro	10×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Platino	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
Plomo	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Aleación nicromo[c]	1.50×10^{-6}	0.4×10^{-3}
Carbono	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
Germanio	0.46	-48×10^{-3}
Silicio	2.3×10^{3}	-75×10^{-3}
Vidrio	10^{10} a 10^{14}	
Hule vulcanizado	$\sim 10^{13}$	
Azufre	10^{15}	
Cuarzo (fundido)	75×10^{16}	

[a] Todos los valores a 20°C.
[b] Una aleación de níquel-cromo usada por lo común en elementos calefactores.

La mayor parte de los circuitos eléctricos usan dispositivos llamados **resistores** para controlar el nivel de corriente en las diferentes partes del circuito. Dos tipos comunes de resistores son el *resistor de composición*, que contiene carbón, y el *resistor de cable enrollado*, el cual consta de una bobina de alambre. Los valores de los resistores en ohms normalmente se codifican por medio de colores, como se indica en la figura 27.6 y en la tabla 27.2.

Los materiales óhmicos tienen una relación lineal de corriente-diferencia de potencial en un largo intervalo de diferencias de potencial aplicadas (Fig. 27.7a). La pendiente de la curva I-*versus*-ΔV en la región lineal produce un valor para $1/R$. Los materiales no óhmicos tienen una relación corriente-diferencia de potencial no lineal. Un dispositivo semiconductor común que tiene características no lineales I *versus* ΔV es la *unión diodo* (Figura 27.7b). La resistencia de este dispositivo es baja para corrientes en una dirección (ΔV positivo) y alta para corrientes en la dirección opuesta (ΔV negativo). En realidad, casi todos los dispositivos electrónicos modernos, como los transistores, tienen relaciones corriente-diferencia de potencial no lineales; su operación adecuada depende de la manera particular en la cual violen la ley de Ohm.

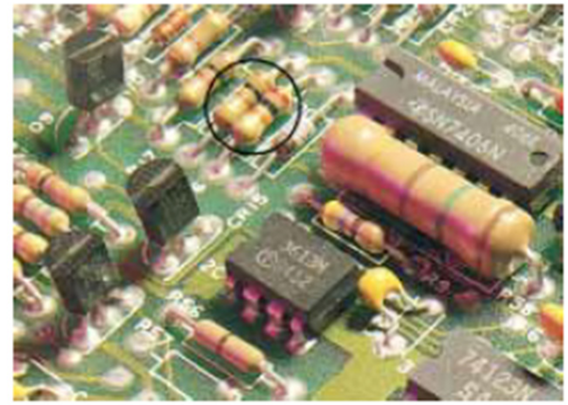
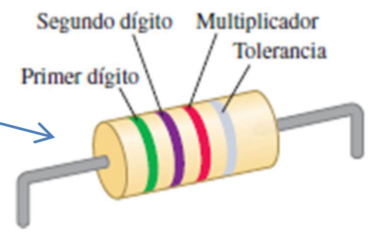


Figura 27.6 Las bandas de colores sobre un resistor representan un código para determinar su resistencia. Los primeros dos colores proporcionan los primeros dos dígitos en el valor de resistencia. El tercer color representa la potencia de diez para el multiplicador del valor de resistencia. El último color es la tolerancia del valor de resistencia. Como ejemplo, los cuatro colores sobre los resistores dentro del círculo son rojo (= 2), negro (= 0), anaranjado (= 10^3) y oro (= 5%), y así el valor de resistencia es $20 \times 10^3\ \Omega = 20\ \text{k}\Omega$ con un valor de tolerancia de 5% = 1 kΩ. (Los valores para los colores están tomados de la tabla 27.2.) *(SuperStock)*

TABLE 27.2 Color Coding for Resistors

Color	Number	Multiplier	Tolerance
Black	0	1	
Brown	1	10^1	
Red	2	10^2	
Orange	3	10^3	
Yellow	4	10^4	
Green	5	10^5	
Blue	6	10^6	
Violet	7	10^7	
Gray	8	10^8	
White	9	10^9	
Gold		10^{-1}	5%
Silver		10^{-2}	10%
Colorless			20%



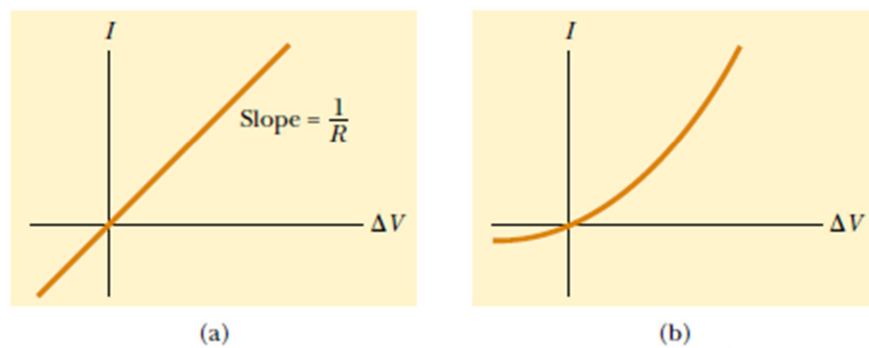


Figura 27.7 a) La curva corriente-diferencia de potencial para un material óhmico. La curva es lineal y la pendiente es igual al inverso de la resistencia del conductor. b) Una curva no lineal corriente-diferencia de potencial para un diodo semiconductor. Este dispositivo no obedece la ley de Ohm.

EXAMPLE 27.4 The Radial Resistance of a Coaxial Cable

Coaxial cables are used extensively for cable television and other electronic applications. A coaxial cable consists of two cylindrical conductors. The gap between the conductors is completely filled with silicon, as shown in Figure 27.8a, and current leakage through the silicon is unwanted. (The cable is designed to conduct current along its length.) The radius of the inner conductor is $a = 0.500$ cm, the radius of the outer one is $b = 1.75$ cm, and the length of the cable is $L = 15.0$ cm. Calculate the resistance of the silicon between the two conductors.

Solución En este tipo de problema se debe dividir el objeto cuya resistencia se está calculando en elementos concéntricos de espesor infinitesimal dr (Fig. 27.8b). Comience empleando la forma diferencial de la ecuación 27.11, reemplazando ℓ con r para la distancia variable: $dR = \rho\, dr/A$, donde dR es la resistencia de un elemento de silicio de espesor dr y área superficial A. En este ejemplo se toma como elemento concéntrico representativo un cilindro de silicio hueco de radio r, espesor dr y longitud L, como se muestra en la figura 27.8. Cualquier corriente que pase entre los conductores interno y externo debe pasar radialmente a través de este elemento concéntrico, y el área a través de la cual pasa dicha corriente es $A = 2\pi rL$. (Ésta es el área curva superficial —circunferencia multiplicada por longitud— del cilindro de silicio hueco de espesor dr.) Por tanto, la resistencia del cilindro de silicio hueco se puede escribir como

$$dR = \frac{\rho}{2\pi rL}\, dr$$

Puesto que se desea conocer la resistencia total a través del espesor entero del silicio, necesita integrar esta expresión desde $r = a$ hasta $r = b$:

$$R = \int_a^b dR = \frac{\rho}{2\pi L}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Al sustituir los valores dados, y usar $\rho = 640\ \Omega\cdot\text{m}$ para el silicio, se obtiene

$$R = \frac{640\ \Omega\cdot\text{m}}{2\pi(0.150\ \text{m})}\ln\left(\frac{1.75\ \text{cm}}{0.500\ \text{cm}}\right) = 851\ \Omega$$

Ejercicio Si una diferencia de potencial de 12.0 V se aplica entre los conductores interno y externo, ¿cuál es el valor de la corriente total que pasa entre ellos?

Respuesta 14.1 mA.

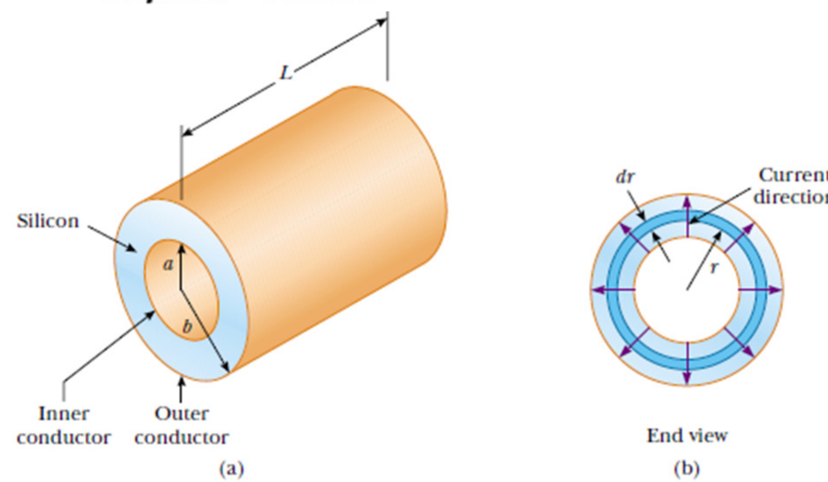


Figure 27.8 A coaxial cable. (a) Silicon fills the gap between the two conductors. (b) End view, showing current leakage.

Resistencia y Temperatura

En un intervalo limitado de temperatura, la resistividad de un metal varía aproximadamente de manera lineal con la temperatura, de acuerdo con la expresión

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \qquad (27.19)$$

Variation of ρ with temperature

donde ρ es la resistividad a cierta temperatura T (en grados Celsius), ρ_0 es la resistividad a determinada temperatura de referencia T_0 (que suele considerarse igual a 20°C) y α es el **coeficiente de temperatura de resistividad**. De acuerdo con la ecuación 27.19, se ve que el coeficiente de temperatura de resistividad puede expresarse como

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0}\frac{\Delta\rho}{\Delta T} \qquad (27.20)$$

Temperature coefficient of resistivity

donde $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ es el cambio de resistividad en el intervalo de temperatura $\Delta T = T - T_0$.

Los coeficientes de temperatura de resistividad para diversos materiales se proporcionan en la tabla 27.1. Advierta que la unidad para α es grados Celsius^{-1} $[(°C)^{-1}]$. Puesto que la resistencia es proporcional a la resistividad (ecuación 27.11), la variación de la resistencia puede escribirse como

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \qquad (27.21)$$

El uso de esta propiedad permite hacer mediciones de temperatura precisas.

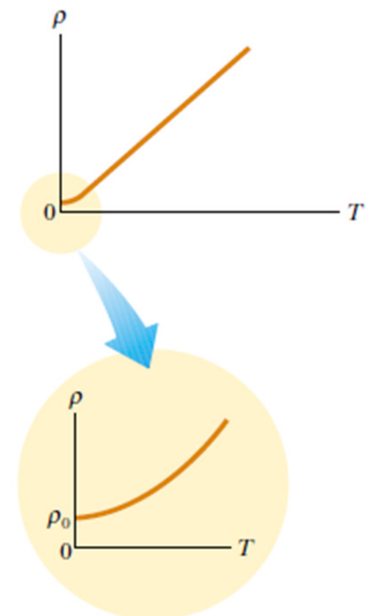


Figura 27.10 Resistividad *versus* temperatura para un metal como el cobre. La curva es lineal sobre un amplio intervalo de temperaturas, y ρ aumenta conforme la temperatura se incrementa. Mientras T tiende al cero absoluto (inserción), la resistividad tiende a un valor finito ρ_0.

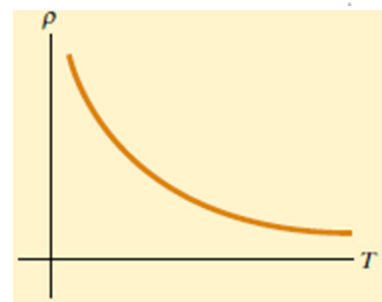


Figura 27.11 Resistividad *versus* temperatura para un semiconductor puro, como el silicio o el germanio.

Resistencia y Temperatura

Para metales como el cobre, la resistividad es casi proporcional a la temperatura, como se indica en la figura 27.10. Sin embargo, siempre hay una región no lineal a temperaturas muy bajas, y la resistividad suele acercarse a cierto valor finito conforme la temperatura está cerca del cero absoluto. Esta resistividad residual cerca del cero absoluto se debe principalmente a choques de electrones con impurezas e imperfecciones en el metal. En contraste, la resistividad de alta temperatura (la región lineal) se caracteriza sobre todo por choques entre electrones y átomos metálicos.

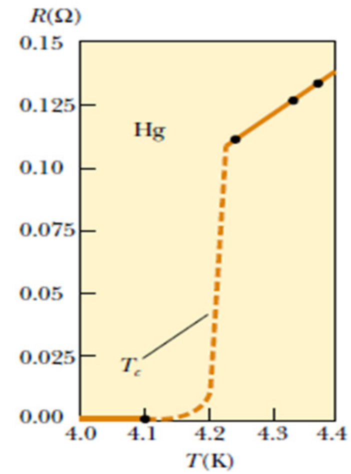


Figura 27.12 Resistencia *versus* temperatura para una muestra de mercurio (Hg). La gráfica comprende la de un metal normal sobre la temperatura crítica T_c. La resistencia cae a cero en T_c, la cual es de 4.2 K para el mercurio.

Advierta que tres de los valores α en la tabla 27.1 son negativos; esto indica que la resistividad de dichos materiales disminuye con la temperatura creciente (Fig. 27.11). Este comportamiento se debe al incremento en la densidad de portadores de carga a las temperaturas más elevadas.

En vista de que los portadores de carga en un semiconductor a menudo se asocian con átomos de impurezas, la resistividad de estos materiales es muy sensible al tipo y concentración de dichas impurezas. Se volverá al estudio de los semiconductores en el capítulo 43 de la versión ampliada de este texto.

Superconductores

Hay una clase de metales y compuestos cuya resistencia se vuelve cero debajo de cierta temperatura T_c, conocida como *temperatura crítica*. Estos materiales se conocen como **superconductores**. La gráfica resistencia-temperatura para un superconductor sigue la de un metal normal a temperaturas arriba de T_c (figura 27.12). Cuando la temperatura está en o debajo de T_c, la resistividad cae repentinamente hasta cero. Este fenómeno fue descubierto en 1911 por el físico holandés Heike Kamerlingh-Onnes (1853-1926) cuando trabajaba con mercurio, un material superconductor debajo de 4.2 K. Mediciones recientes han mostrado que las resistividades de superconductores debajo de sus valores de T_c son menores que 4×10^{-25} $\Omega \cdot$m —aproximadamente 10^{17} veces más pequeños que la resistividad del cobre y en la práctica se consideran iguales a cero—.

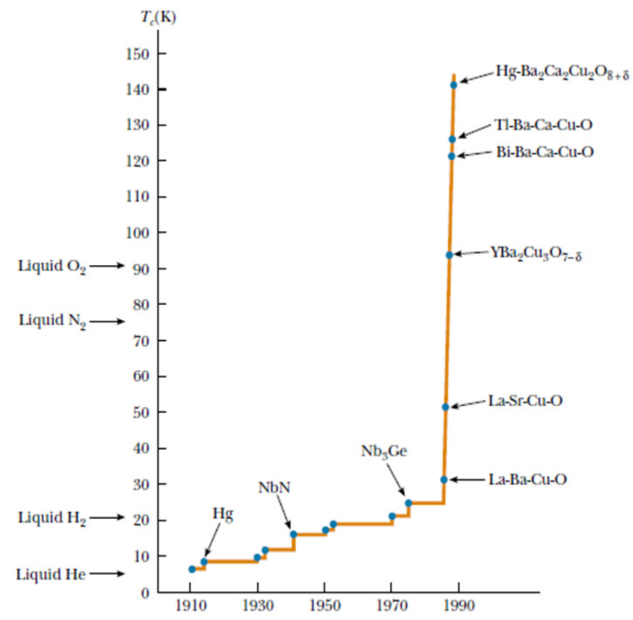


Figura 27.13 Evolución de la temperatura crítica de superconductividad a partir del descubrimiento del fenómeno.

Fuerza Electromotriz

Con objeto de tener una corriente estacionaria en un conductor necesitamos disponer de un suministro de energía eléctrica. Un aparato o dispositivo que suministra energía eléctrica recibe el nombre de fuente de fuerza electromotriz (FEM).

Energía Eléctrica y Potencia

Considere un circuito sencillo compuesto por una batería cuyas terminales se conectan a un resistor, como se muestra en la figura 27.14. (Los resistores se designan por medio del símbolo —ww— .) Imagine ahora siguiendo una cantidad positiva de carga ΔQ que se mueve en el sentido de las manecillas del reloj por el circuito del punto *a*, a través de la batería y el resistor, y regresa a dicho punto *a*. Los puntos *a* y *d* están *aterrizados* (la tierra se designa por el símbolo ⏚); es decir, el potencial eléctrico en estos dos puntos se considera igual a cero. A medida que la carga se mueve de *a* a *b* a través de la batería, su energía potencial eléctrica *U aumenta* en una cantidad $\Delta V \Delta Q$ (donde ΔV es la diferencia de potencial entre *b* y *a*), mientras la energía potencial química en la batería *disminuye* en la misma cantidad. (Recuerde de la ecuación 25.9 que $\Delta U = q\Delta V$.) Sin embargo, cuando la carga se mueve de *c* a *d* a través del resistor, *pierde* esta energía potencial eléctrica al chocar con los átomos del resistor y, en consecuencia, se produce energía interna. Si se ignora la resistencia de los alambres de interconexión, no hay pérdida de energía en las trayectorias *bc* y *da*. Cuando la carga regresa al punto *a*, debe tener la misma energía potencial eléctrica (cero) que tenía al empezar.[5] Advierta que, puesto que la carga no se puede almacenar en punto alguno, la corriente es la misma en cualquier parte en el circuito.

La rapidez a la cual la carga ΔQ pierde energía potencial al atravesar el resistor es

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}\Delta V = I\Delta V$$

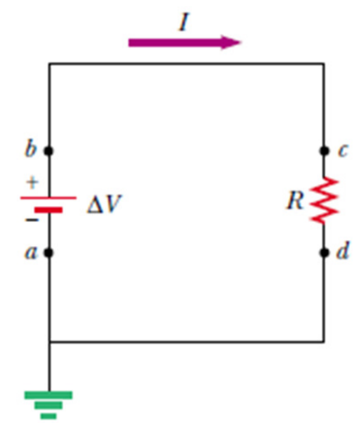


Figura 27.14 Un circuito que consta de un resistor de resistencia *R* y una batería que tiene una diferencia de potencial ΔV a través de sus terminales. La carga positiva fluye en la dirección de las manecillas del reloj. Los puntos *a* y *d* están aterrizados.

Energía Eléctrica y Potencia

donde I es la corriente en el circuito. En contraste, la carga vuelve a ganar esta energía cuando pasa a través de la batería. Puesto que la rapidez a la cual la carga pierde energía es igual a la potencia $\mathcal{P}$ entregada al resistor (la cual aparece como energía interna), se tiene

Power

$$\mathcal{P} = I\,\Delta V \quad (27.22)$$

En este caso la potencia es suministrada a un resistor por una batería. Sin embargo, la ecuación 27.22 puede usarse para determinar la potencia transferida a *cualquier* dispositivo que conduzca una corriente I y tenga una diferencia de potencial ΔV entre sus terminales.

Utilizando la ecuación 27.22 y el hecho de que $\Delta V = IR$ para un resistor, la potencia entregada al resistor se puede expresar en las formas alternativas

$$\mathcal{P} = I^2R = \frac{(\Delta V)^2}{R} \quad (27.23)$$

Power delivered to a resistor

Cuando I está en amperes, ΔV en volts y R en ohms, la unidad de potencia del SI es el watt, como lo fue en el capítulo 7 en el análisis de la potencia mecánica. La potencia perdida como energía interna en un conductor de resistencia R se denomina *calentamiento de joule*;[6] a menudo esta transformación también se nombra como una pérdida I^2R.

Una batería o dispositivo que proporciona energía eléctrica se denomina como *fuente de fuerza electromotriz* o, de manera más común, como *fuente* fem. El concepto de *fem* se analiza con mayor detalle en el capítulo 28. (La frase *fuerza electromotriz* es desafortunada, puesto que no describe a una fuerza sino más bien a una diferencia de potencial en volts.) **Cuando se ignora la resistencia interna de la batería, la diferencia de potencial entre los puntos a y b en la figura 27.14 es igual a la fem $\mathcal{E}$ de la batería —es decir, $\Delta V = V_b - V_a = \mathcal{E}$—.** De ser esto cierto, se puede establecer que la corriente en el circuito es $I = \Delta V/R = \mathcal{E}/R$. Puesto que $\Delta V = \mathcal{E}$, la potencia suministrada por la fuente fem puede expresarse como $\mathcal{P} = I\mathcal{E}$, que es igual a la potencia entregada al resistor, I^2R.